|  |
| --- |
| MIET |
| **Лабораторный практикум 9. Линейные пространства и операторы** |
| [Введите подзаголовок документа] |

|  |
| --- |
| 8191098  [Выберите дату] |

**Упражнение 9.1. Найти ранг и какой-нибудь базис системы геометрических векторов** , , , . Разложить вектор  по этому базису. Сделать проверку.

> x1=[-1 2 0]; x2=[2 -1 1]; x3=[-4 5 -1]; x4=[3 -3 1];

>> a=[4 1 3];

>> A=[x1;x2;x3;x4];

>> A=rref(A) %приведём матрицу к ступенчатому виду

A =

1.0000 0 0.6667

0 1.0000 0.3333

0 0 0

0 0 0

% базис векторы матрицы

>> x=[A(1) A(5) A(9)];

>> y=[A(2) A(6) A(10)];

>> A'\a' %раскладываем вектор а по новым базис векторам

ans =

4.0000

1.0000

0

0

% сделаем проверку

> a-(4.\*x+y)

ans =

1.0e-15 \*

0 0 0.1665

% из-за погрешности вычислений последнее значение не равно нулю, но так как степень -15, число можно приравнять к нулю

**Упражнение 9.2. В пространстве** ***R***4 заданы векторы , , , . Доказать, что  - базис в ***R***4. Написать матрицу перехода, где *В* – канонический базис в ***R***4. Найти в базисе координаты вектора . Сделать проверку.

>> B1=[1 1 1 1; 1 1 -1 -1; 1 -1 1 -1; 1 -1 -1 1]; %базис B'

>> rank(B1)

ans =

4

%ранг матрицы равен 4, значит вектора являются линейно независимыми, а значит могут быть приняты в качестве базиса

>> B=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]; %канонический базис

>> T=B1\B

T =

0.2500 0.2500 0.2500 0.2500

0.2500 0.2500 -0.2500 -0.2500

0.2500 -0.2500 0.2500 -0.2500

0.2500 -0.2500 -0.2500 0.2500

>> X=[1 2 1 1];

>> x=B1'\X' %координаты вектора X в базисе B'

x =

1.2500

0.2500

-0.2500

-0.2500

>> X'-B1\*x %проверка

ans =

0

0

0

0

**Упражнение 9.3. Доказать, что система многочленов**  образует базис в пространстве многочленов . Записать в этом базисе координаты многочлена . Сделать проверку.

>> x1=[1 0 1];x2=[-1 0 1]; x3=[0 1 -1];

>> A=[x1;x2;x3];

>> a=[1 -2 2];

>> rank(A)

ans =

3

%ранг матрицы равен 3, значит, вектора линейно независимы и образуют базис

>> A'\a' %разложение по базису

ans =

0.5000

-0.5000

-2.0000

>> a-x1.\*ans(1)-x2.\*ans(2)-x3.\*ans(3) %проверка

ans =

0 0 0

**Упражнение 9.4. Применить процесс ортогонализации Шмидта к указанным системам векторов. Проверить ортогональность полученной системы. Сделать рисунок.**

1. ;
2. .

>> f1=[ 1 1];

>> f2=[0 1];

>> e1=f1;

>> e2=f2-(dot(e1,f2)/dot(e1,e1)).\*e1;

>> e1

e1 =

1 1

>> e2

e2 =

-0.5000 0.5000

>> quiver(0,0,f1(1),f1(2),0,'b')

>> hold on, grid

>> quiver(0,0,f2(1),f2(2),0,'b')

>> quiver(0,0,e1(1),e1(2),0,'r')

>> quiver(0,0,e2(1),e2(2),0,'r')

>> axis equal

>> text(f1(1)-.05,f1(2)-0.1,'f\_{1}, e\_{1}')

>> text(f1(1)-.05,f1(2)-0.1,'f\_{1}, e\_{1}')

>> text(f2(1)+0.05,f2(2),'f\_{2}')

>> text(e2(1)+0.05,e2(2),'e\_{2}')



>> f1=[1 1 1];

>> f2=[2 1 2];

>> f3=[-3 0 2];

>> e1=f1;

>> e2=f2-(dot(e1,f2)/dot(e1,e1)).\*e1;

>> e3=f3-(dot(e1,f3)/dot(e1,e1)).\*e1-(dot(e2,f3)/dot(e2,e2)).\*e2;

>> e1

e1 =

1 1 1

>> e2

e2 =

0.3333 -0.6667 0.3333

>> e3

e3 =

-2.5000 0 2.5000

>> quiver3(0,0,0,f1(1),f1(2),f1(3),0,'b')

>> hold on, grid

>> quiver3(0,0,0,f2(1),f2(2),f2(3),0,'b')

>> quiver3(0,0,0,f3(1),f3(2),f3(3),0,'b')

>> quiver3(0,0,0,e1(1),e1(2),e1(3),0,'r')

>> quiver3(0,0,0,e2(1),e2(2),e2(3),0,'r')

>> quiver3(0,0,0,e3(1),e3(2),e3(3),0,'r')

>> axis equal

>> xlabel('x'), ylabel('y'),zlabel('z')

>> text(f1(1)+0.05,f1(2)-0.1,f1(3),'f\_{1} e\_{1}')

>> text(f2(1)+0.05,f2(2)-0.1,f2(3),'f\_{2}')

>> text(f3(1)+0.05,f3(2)-0.1,f3(3),'f\_{3}')

>> text(e2(1)+0.05,e2(2)-0.1,e2(3),'e\_{2}')

>> text(e3(1)+0.05,e3(2)-0.1,e3(3),'e\_{3}')



**Упражнение 9.5. Составить в базисе (*i*, *j*, *k*) матрицу оператора проектирования векторов пространства на вектор** **.**

**>> a=[0 -3 4];**

**>> T=a'\*a./norm(a) %матрица проектирования**

**T =**

**0 0 0**

**0 1.8000 -2.4000**

**0 -2.4000 3.2000**

**%сделаем проверку**

**>> x=[2 5 -6];**

**>> dot(x,a)/norm(a).\*a**

**ans =**

1. **23.4000 -31.2000**

**>> x\*T**

**ans =**

**0 23.4000 -31.2000**

**Упражнение 9.6. Матрица линейного оператора в некотором базисе**  равна . Найти матрицу этого оператора в базисе .

>> B=[1 0 0 0;0 1 0 0; 0 0 1 0;0 0 0 1];%старый базис

>> B2=[1 1 1 1;0 1 1 1;0 0 1 1;0 0 0 1];%новый базис

>> A=[1 2 0 1; 3 0 -1 2; 2 5 3 1; 1 2 1 3];

>> T=B2'\B;%находим матрицу перехода

>> TT=inv(T)

ans =

1 0 0 0

1 1 0 0

1 1 1 0

1 1 1 1

>> AA=inv(T)\*A\*T

AA =

-1 2 -1 1

2 3 -4 3

-1 5 -2 4

-2 6 -4 7

**Упражнение 9.7. Линейный оператор в базисе**  задан матрицей *А*. Найти его матрицу в базисе  (координаты векторов даны в некотором базисе ):

, 

>> A=[1 -2 1; -1 2 1; -1 3 1];%старый базис

>> B=[1 0 2; 3 0 -2; 3 -1 -1];%новый базис

>> A0=[-1 1 2; 1 1 -2; 1 1 4];%линейный оператор

>> T=B'\A';

>> TT=inv(T)

TT =

1.5000 0.5000 1.0000

-1.5000 -8.5000 -7.0000

2.0000 6.0000 5.0000

>> AA=inv(T)\*A\*T

AA =

4.3750 -4.6250 -6.7500

21.1250 -1.8750 -10.2500

-10.2500 -2.2500 1.5000